

## Chapitre 8 – Exercices

### Exercice 8.1

Démontrer l'égalité donnée en (8.16). Établir ensuite que l'intégrale donnée en (8.15) peut s'écrire comme proposée dans la deuxième ligne de (8.17).

### Exercice 8.2

En partant de la définition (8.25) de la fonction Gamma, montrer successivement que

$$\Gamma(z + 1) = z \Gamma(z), \quad \Gamma(1) = 1, \quad \Gamma(n) = (n - 1)! \quad (\text{pour } n \in \mathbb{N}). \quad (8.45)$$

Bonus : Démontrer que

$$\Gamma(1/2) = \sqrt{\pi}. \quad (8.46)$$

### Exercice 8.3

Démontrer l'égalité donnée en (8.26). Établir ensuite que l'intégrale  $I_{2p}$  prend la forme donnée en (8.27).

### Exercice 8.4

On rappelle que le Lagrangien d'interaction de l'électrodynamique quantique (QED) est donné par

$$\mathcal{L} \supset -e \psi \gamma^\mu \bar{\psi} A_\mu, \quad (8.47)$$

où  $\psi$  et  $\bar{\psi}$  correspondent à l'électron et positron, et  $A_\mu$  au photon. On s'intéressera au processus

$$e^+ e^- \rightarrow \mu^+ \mu^-. \quad (8.48)$$

Trouver les diagrammes de Feynman correspondant à ce processus à l'arbre, puis à une boucle, et finalement l'émission réelle. Déterminer quelles intégrales sont divergentes dans l'ultraviolet. Identifier enfin les associations entre émission réelle et interférences arbre-boucle concernant la structure infrarouge.