

Chapitre 8 – Exercices

Exercice 8.1

Démontrer l'égalité donnée en (8.16). Établir ensuite que l'intégrale donnée en (8.15) peut s'écrire comme proposée dans la deuxième ligne de (8.17).

Exercice 8.2

En partant de la définition (8.25) de la fonction Gamma, montrer successivement que

$$\Gamma(z + 1) = z \Gamma(z), \quad \Gamma(1) = 1, \quad \Gamma(n) = (n - 1)! \quad (\text{pour } n \in \mathbb{N}). \quad (8.45)$$

Bonus : Démontrer que

$$\Gamma(1/2) = \sqrt{\pi}. \quad (8.46)$$

Exercice 8.3

Démontrer l'égalité donnée en (8.26). Établir ensuite que l'intégrale I_{2p} prend la forme donnée en (8.27).

Exercice 8.4

On rappelle que le Lagrangien d'interaction de l'électrodynamique quantique (QED) est donné par

$$\mathcal{L} \supset -e \psi \gamma^\mu \bar{\psi} A_\mu, \quad (8.47)$$

où ψ et $\bar{\psi}$ correspondent à l'électron et positron, et A_μ au photon. On s'intéressera au processus

$$e^+ e^- \rightarrow \mu^+ \mu^-. \quad (8.48)$$

Trouver les diagrammes de Feynman correspondant à ce processus à l'arbre, puis à une boucle, et finalement l'émission réelle. Déterminer quelles intégrales sont divergentes dans l'ultraviolet. Identifier enfin les associations entre émission réelle et interférences arbre-boucle concernant la structure infrarouge.