

## Chapitre 1 – Exercices

### Exercice 1.1

Démontrer que les modes de Fourier  $\varphi_k$  obéissent à l'équation différentielle d'un oscillateur harmonique (1.4).

### Exercice 1.2

Démontrer l'équation d'Alembert (1.15).

### Exercice 1.3

Inverser la relation (1.28) afin de démontrer l'expression des coefficients  $A_k$  donnée en (1.29).

### Exercice 1.4

En partant des relations de commutation (1.9), établir que

$$[\varphi(t, x), \Pi(t, y)] = i \delta(x - y), \quad (1.55)$$

alors que

$$[\varphi(t, x), \varphi(t, y)] = [\Pi(t, x), \Pi(t, y)] = 0. \quad (1.56)$$

Expliquer la raison pour laquelle les opérateurs  $\varphi$  et  $\Pi$  sont pris au même instant  $t$  dans les commutateurs précédents.

### Exercice 1.5

En utilisant le théorème de Parseval, en partant de l'intégrale (1.42) ainsi que les expressions (1.39) et (1.40), démontrer l'expression (1.47) du Hamiltonien en fonction des opérateurs  $a_k$  et  $a_k^\dagger$ .