Contrôle continu 2 – Masse des fermions dans un modèle simplifié

Nous allons étudier un modèle simplifié pour la brisure de symétrie et la physique associée au mécanisme de Brout-Englert-Higgs. Ce modèle simplifié, basé sur la symétrie de jauge $U(1)$, partage en effet beaucoup de points avec le Modèle Standard de la physique des particules.

Le modèle simplifié contient un champ de jauge A_μ, un champ scalaire complexe ϕ, ainsi que des champs fermioniques ψ_L et ψ_R correspondant aux fermions de chiralité gauche et droite, respectivement. Le Lagrangien est donné par

$$\mathcal{L} \;=\; \mathcal{L}_{\text{jauge}} + \mathcal{L}_{\text{scalaire}} + \mathcal{L}_{\text{fermion}} \,. \tag{6}$$

Le Lagrangien associé au champ de jauge est donné par

$$\mathcal{L}_{\text{jauge}} \;=\; -\frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} \,, \tag{7}$$

avec $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$. Le Lagrangien associé au champ scalaire est donné par

$$\mathcal{L}_{\text{scalaire}} \;=\; \big(D_\mu \phi\big)^* \big(D^\mu \phi\big) - V(\phi) \,, \tag{8}$$

où le potentiel scalaire est donné par

$$V(\phi) \;=\; -\mu^2 \phi^* \phi + \lambda \big(\phi^* \phi\big)^2 \,. \tag{9}$$

On rappelle l'expression de la dérivée covariante $D_\mu = \partial_\mu + iqA_\mu$, avec la charge électrique q. Finalement, le Lagrangien fermionique s'écrit

$$\mathcal{L}_{\text{fermion}} \;=\; i\, \bar{\psi}_L\, D_\mu \gamma^\mu\, \psi_L + i\, \bar{\psi}_R\, \partial_\mu \gamma^\mu\, \psi_R - y\, \big(\bar{\psi}_L\, \phi\, \psi_R + \bar{\psi}_R\, \phi\, \psi_L\big) \,. \tag{10}$$

Ici, y est un paramètre réel dont on examinera le rôle dans la suite. On note la différence entre le terme liant $\bar{\psi}_L$ et ψ_L et celui liant $\bar{\psi}_R$ et ψ_R. Le premier contient la dérivée covariante, alors que le second contient la dérivée simple. Ceci peut être vu comme une analogie à la situation en théorie électrofaible, où le boson W ne couple qu'aux fermions de chiralité gauche.

Pour commencer, examinons le champs scalaire complexe ϕ, que l'on pourra écrire comme

$$\phi \;=\; \frac{1}{\sqrt{2}} \big(\varphi_1 + i\varphi_2\big) \,. \tag{11}$$

Nous nous intéressons en particulier à la situation lors de la brisure de la symétrie de jauge.

1. Justifier que lors de la brisure de symétrie de jauge, le champ scalaire peut être développé selon

$$\phi(x) \;=\; \frac{1}{\sqrt{2}} \Big(v + h(x) + ig(x)\Big) \,, \tag{12}$$

   où v est la valeur dans le vide. Justifier que h peut être interprété comme le boson de Higgs, et g comme un boson de Goldstone.

2. Déterminer la masse du champ h, p.ex. en développant le(s) terme(s) approprié(s) du Lagrangien.

Maintenant, nous allons nous intéresser aux états fermioniques.

3. En partant du Lagrangien, justifier que la brisure de symétrie (et donc le mécanisme de Brout-Englert-Higgs) génère également un terme de masse pour les fermions et donner son expression.

4. Basé sur le résultat de la question précédente, justifier qu'un état massif fermionique n'est jamais purement gauche ou droit. Autrement dit, justifier qu'un état physique de masse non nulle est un mélange des deux états de jauge ψ_L et ψ_R.

Finalement, nous allons nous intéresser aux termes d'interactions contenus dans le Lagrangien du modèle.

5. Justifier que le boson de Higgs interagit avec une paire de fermions. Donner le terme d'interaction associé ainsi que la règle de Feynman associée à cette interaction.

6. En déduire l'amplitude associée à la désintégration d'un boson de Higgs h en une paire de fermions. Donner le diagramme associé. Montrer par un calcul simple que l'amplitude de cette désintégration est proportionelle à la masse des fermions dans l'état final.

7. Basé sur les réponses aux questions précédentes, pour un boson de Higgs avec masse $m_h = 125$ GeV, quelles seraient à priori les voies de désintégration fermionique privilégiées?

8. Quel est le rôle du paramètre y?
   Remarque: ce paramètre est appelé couplage de Yukawa.